

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN**

BÀI TOÁN TỰA CÂN BẰNG TỔNG QUÁT VÀ MỘT SỐ ỨNG DỤNG

NGUYỄN THỊ QUỲNH ANH

MÃ SỐ: 62.46.01.02

CHUYÊN NGÀNH: TOÁN GIẢI TÍCH

THÁI NGUYÊN 2015

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của tôi dưới sự hướng dẫn của GS. TSKH. Nguyễn Xuân Tấn. Các kết quả viết chung với GS. TSKH Nguyễn Xuân Tấn và GS. TS. Nguyễn Bường đã được sự đồng ý của các thầy khi đưa vào luận án. Các kết quả nêu trong luận án là mới chưa từng được ai công bố trước đó.

Tác giả

Nguyễn Thị Quỳnh Anh

Lời cảm ơn

Luận án này được hoàn thành tại trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn của GS. TSKH. Nguyễn Xuân Tấn. Trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu của tác giả, GS. TSKH. Nguyễn Xuân Tấn đã từng bước chỉ dẫn tác giả một cách tận tình và nghiêm khắc, truyền cho tác giả rất nhiều kiến thức khoa học và cuộc sống. Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc nhất đến thầy.

Tác giả xin đặc biệt cảm ơn GS. TS. Nguyễn Bường, người thầy đã luôn quan tâm, giúp đỡ và tạo điều kiện cho tác giả tham gia semina cùng nhóm nghiên cứu trong suốt quá trình học tập vừa qua. Nhân dịp này, tác giả cũng xin được bày tỏ lòng biết ơn tới các thầy: GS. TSKH. Phạm Hữu Sách, GS. TSKH. Phạm Thế Long, GS. TSKH. Nguyễn Đông Yên, PGS. TS. Hà Tiến Ngoạn, PGS. TS. Nguyễn Năng Tâm, PGS. TS. Nguyễn Bá Minh, PSG. TS. Phan Nhật Tĩnh, PGS. TS. Phạm Hiến Bằng, PGS. TS. Hà Trần Phương, PGS. TS. Trần Đình Kế, TS. Hồ Minh Toàn, TS. Nguyễn Thị Tuyết Mai đã chỉ bảo tận tình và cho những ý kiến đóng góp quý báu cho luận án.

Tác giả xin được bày tỏ sự cảm ơn đến Ban Giám hiệu, Ban chủ nhiệm Khoa Khoa học cơ bản trường Đại học Công nghệ Thông tin và Truyền thông, đã tạo mọi điều kiện thuận lợi cho tác giả hoàn thành luận án của mình. Tác giả cũng xin chân thành cảm ơn Ban Giám đốc, Ban Sau đại học Đại học Thái Nguyên; Ban Giám hiệu, Phòng Sau đại học, Ban chủ nhiệm khoa Toán, Bộ môn Giải Tích trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên; Viện Toán học và các nhà khoa học tại các cơ sở, đã tạo điều kiện và giúp đỡ tác giả trong suốt quá trình học tập, nghiên cứu và hoàn thành luận án.

Tác giả xin chân thành cảm ơn bạn bè, đồng nghiệp, anh chị em nghiên cứu sinh đã luôn giúp đỡ, động viên và khích lệ tác giả trong suốt quá trình học tập, nghiên cứu và làm luận án.

Tác giả xin gửi tặng bố mẹ và gia đình thân yêu của mình niềm vinh dự to lớn này.

Tác giả

Nguyễn Thị Quỳnh Anh

Mục lục

Lời cam đoan	i
Lời cảm ơn	ii
Những kí hiệu	vi
Mở đầu	1
Chương 1. MỘT SỐ KIẾN THỨC CƠ BẢN	9
1.1 Không gian tôpô tuyến tính lồi địa phương Hausdorff	9
1.1.1. Không gian tôpô	9
1.1.2. Không gian tôpô tuyến tính	11
1.2 Nón và ánh xạ đa trị	12
1.2.1. Nón	13
1.2.2. Ánh xạ đa trị	14
1.2.3. Tính liên tục của ánh xạ đa trị	15
1.2.4. Tính lồi của ánh xạ đa trị	19
1.2.5. Một số định lý điểm bất động	22
Chương 2. BÀI TOÁN TỰA CÂN BẰNG TỔNG QUÁT	24
2.1 Đặt bài toán	24
2.2 Các bài toán liên quan	25
2.3 Sự tồn tại nghiệm của bài toán tựa cân bằng tổng quát loại 2	31
2.4 Sự tồn tại nghiệm của các bài toán liên quan	34
2.4.1. Bài toán tựa quan hệ biến phân	34
2.4.2. Bài toán tựa cân bằng vô hướng	36
2.4.3. Bài toán bao hàm thức tựa biến phân lý tưởng	37
2.4.4. Bài toán tựa cân bằng lý tưởng	39
2.4.5. Các bài toán tựa cân bằng Pareto và yếu	40

2.4.6. Các bài toán bất đẳng thức tựa biến phân véctơ	62
2.5 Sự ổn định của các tập nghiệm của bài toán tựa cân bằng tổng quát	66

Chương 3. BÀI TOÁN BAO HÀM THỨC TỰA BIẾN PHÂN PARETO HỖN HỢP 70

3.1 Đặt bài toán	71
3.2 Sự tồn tại nghiệm	75
3.2.1. Bài toán bao hàm thức tựa biến phân Pareto hỗn hợp trên-trên	75
3.2.2. Bài toán bao hàm thức tựa biến phân Pareto hỗn hợp trên-dưới	80
3.2.3. Bài toán bao hàm thức tựa biến phân Pareto hỗn hợp dưới-trên	81
3.2.4. Bài toán bao hàm thức tựa biến phân Pareto hỗn hợp dưới-dưới	82
3.3 Một số bài toán liên quan	84
3.3.1. Hệ bao hàm thức tựa biến phân Pareto.	84
3.3.2. Bài toán tựa cân bằng Pareto hỗn hợp	87

Chương 4. PHƯƠNG PHÁP LẬP TÌM NGHIỆM BÀI TOÁN BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN 92

4.1 Giới thiệu bài toán	92
4.2 Phương pháp lập ẩn trên tập điểm bất động chung của họ hữu hạn các ánh xạ không giãn trong không gian Hilbert.	95
Kết luận chung	103
Danh mục công trình của tác giả liên quan đến luận án	104
Tài liệu tham khảo	105

Bảng kí hiệu và viết tắt

Trong luận án này ta dùng những kí hiệu với các ý nghĩa xác định dưới đây:

\mathbb{N}^*	tập hợp các số tự nhiên khác không
\mathbb{Q}	tập hợp các số hữu tỷ
\mathbb{R}	tập hợp các số thực
\mathbb{R}_+	tập hợp các số thực không âm
\mathbb{R}_-	tập hợp các số thực không dương
\mathbb{R}^n	không gian véctơ Euclid n -chiều
\mathbb{R}_+^n	tập hợp các véctơ có các thành phần không âm của không gian \mathbb{R}^n
\mathbb{R}_-^n	tập hợp các véctơ có các thành phần không dương của không gian \mathbb{R}^n
X^*	không gian đối ngẫu tôpô của không gian tôpô tuyến tính X
2^X	tập các tập con của tập hợp X
$\langle T, K \rangle$	tập hợp các giá trị của $\xi \in T \subseteq L(X, Y)$ tại $x \in K \subseteq X$
$i = \overline{1, n}$	$i = 1, 2, \dots, n$
$\{x_\alpha\}$	dãy suy rộng
$x_n \rightarrow x$	x_n hội tụ yếu tới x
\emptyset	tập rỗng
$F : X \rightarrow 2^Y$	ánh xạ đa trị từ tập X vào tập Y
$\text{dom} F$	miền định nghĩa của ánh xạ F
$\text{Gr} F$	đồ thị của ánh xạ đa trị F
C'	nón đối ngẫu của nón C

C'^+	nón đối ngẫu chặt của nón C
C'^-	nón đối ngẫu yếu của nón C
$A \subseteq B$	A là tập con của B
$A \not\subseteq B$	A không là tập con của B
$A \cup B$	hợp của hai tập hợp A và B
$A \cap B$	giao của hai tập hợp A và B
$A \setminus B$	hiệu của hai tập hợp A và B
$A + B$	tổng đại số của hai tập hợp A và B
$A \times B$	tích Descartes của hai tập hợp A và B
$\text{co}A$	bao lồi của tập A
$\text{cl}A$	bao đóng tôpô của tập hợp A
$\text{int}A$	phần trong tôpô của tập hợp A

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Lý thuyết tối ưu vectơ được hình thành từ ý tưởng về cân bằng kinh tế, lý thuyết giá trị của Edgeworth [14] năm 1881 và Pareto [41] năm 1909. Nhưng từ những năm 1950 trở lại đây, sau những công trình về điều kiện cần và đủ cho tối ưu của Kuhn - Tucker [28] năm 1951, về giá trị cân bằng và tối ưu Pareto của Debreu [11] năm 1954, lý thuyết tối ưu vectơ mới trở thành một lý thuyết mới của toán học hiện đại, với nhiều ứng dụng trong thực tế. Quá trình phát triển môn lý thuyết tối ưu từ tối ưu vô hướng, tối ưu đơn trị cho đến tối ưu vectơ đa trị với các bài toán quen biết như: bài toán tối ưu vô hướng, bài toán tựa cân bằng vô hướng, các bất đẳng thức biến phân vectơ, các bao hàm thức tựa biến phân,... Nhận thấy cần đưa ra một bài toán tổng quát để có cái nhìn thống nhất hơn về các bài toán trong lý thuyết tối ưu, chúng tôi nghiên cứu lớp các bài toán tựa cân bằng tổng quát.

Để tìm nghiệm các bài toán tối ưu và các bài toán mở rộng, người ta thường xây dựng những thuật toán để tìm nghiệm cho từng bài toán cụ thể, tùy thuộc đặc trưng của mỗi loại. Một trong các phương pháp đó là xây dựng các dãy lặp hội tụ về nghiệm. Chính vì vậy, việc tìm điều kiện đủ cho sự tồn tại nghiệm của các bài toán là một trong những vấn đề quan trọng khi nghiên cứu các bài toán trong lý thuyết tối ưu. Các kết quả đã được đưa ra trước đây chưa thực sự tổng quát cho các bài toán hoặc điều kiện tồn tại nghiệm còn quá chặt, nhằm khắc phục những vấn đề trên, chúng tôi lựa chọn đề tài nghiên cứu "Bài toán tựa cân bằng tổng quát và một số ứng dụng".

2. Mục đích của đề tài luận án